SZEGŐ GÁBOR MATEMATIKAVERSENY 2007/2008.

A II. FORDULÓ FELADATAINAK MEGOLDÁSAI

1. Azt a 2007-jegyű számot, amelynek minden számjegye 1-es, megszorozzuk 2007-tel. Mennyi lesz a szorzat számjegyeinek összege?

$$
\begin{array}{l}
\overbrace{1\ 1\ 1\ 1\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ 1\ 1\ 1\ 1}^{\text{2007 db számjegy}}\ \cdot\ 2\ 0\ 0\ 7 \\
\hline
2\ 2\ 2\ 2\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ 2\ 2\ 2\ 2\ 0\ 0 \\
\qquad\quad 7\ 7\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ 7\ 7\ 7\ 7\ 7\ 7 \\
\hline
\underbrace{2\ 2\ 2\ 9\ 9\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ 9\ 9\ 9\ 7\ 7\ 7}_{\text{összesen 2010 db számjegy}}
\end{array}
$$

2004 db 9-es, 3-3 db 2-es, illetve 7-es.
Tehát a szorzat számjegyeinek összege: $2004\cdot9 + 3(2 + 7) = 2007\cdot9 = 18063$

2. Egy vállalkozó egy munkát 240 000 Ft-ért végzett el. Ebből 66 000 Ft volt az anyagköltség. A fennmaradó összeg 36 %-át adóként kell befizetnie. Mennyi a vállalkozó nettó jövedelme?

A vállalkozó bruttó jövedelme: 240 000 Ft – 66 000 Ft = 174 000 Ft.
Ennek 36 %-át adóként fizeti be. Így a 64 %-a lesz a nettó jövedelme.
Tehát $0{,}64\cdot174\,000$ Ft = 111 360 Ft a nettó jövedelem.

3. Egy szabályos dobókockát kétszer feldobunk. Mennyi a valószínűsége, hogy
- **a) a dobott számok összege páros?**
- **b) legalább egy hatost dobunk?**

Az összes esetek száma: $n = 6 \cdot 6 = 36$.

a) A dobott számok összege 2 és 12 között változhat. Vizsgáljuk meg az ebbe az intervallumba eső páros számok előállítási lehetőségeit: $2 = 1+1$;
$4 = 1+3=2+2=3+1$; $6 = 1+5=2+4=3+3=4+2=5+1$; $8 = 2+6=3+5=4+4=5+3=6+2$;
$10 = 4+6=5+5=6+4$; $12 = 6+6$. Ez összesen 18 lehetőség.

Így a kedvező esetek száma: $k_1 = 18$. A kérdéses valószínűség: $\frac{k_1}{n} = 0{,}5$.

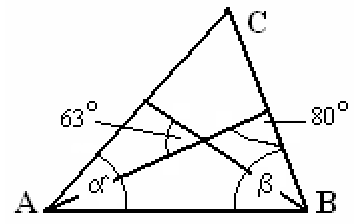
b) Pontosan egy hatost dobunk, ha csak az első vagy csak a második dobás 6-os.
Ez 5-5, összesen 10-féleképpen valósulhat meg.
Két 6-ost egyféleképpen dobhatunk.

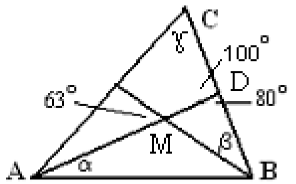
Így a kedvező esetek száma: $k_2 = 11$. A keresett valószínűség: $\frac{k_2}{n} = \frac{11}{36}$

SZEGŐ GÁBOR MATEMATIKAVERSENY 2007/2008.

A II. FORDULÓ FELADATAINAK MEGOLDÁSAI

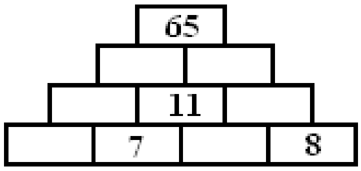
4. Az ABC háromszög α és β szögének szögfelezője 63°-os szögben metszi egymást. Az α szög szögfelezője a BC oldallal 80°-os szöget zár be. Mekkorák az ABC háromszög szögei?

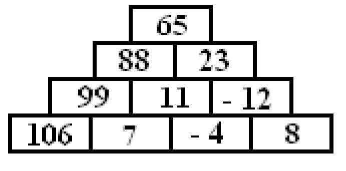




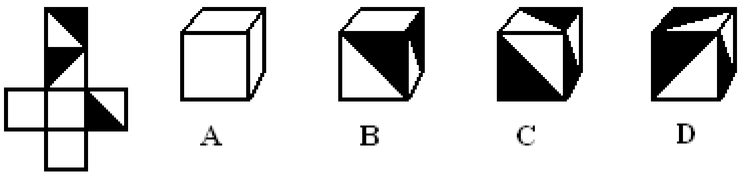
Használjuk az ábra jelöléseit!
A BDMΔ-ben 180° = 63° + 80°+ 0,5β. Ebből β = 74°.
Az ABDΔ-ben 180° = 0,5α + 74°+ 80°. Ebből α = 52°. t
Az ABCΔ-ben 180° = α + β + γ. Ebből γ = 54°.

5. **A „számpiramis" minden téglájában olyan szám van, amely az alatta lévő két szám különbsége (az elsőből vonjuk ki a másodikat). Rajzold le a piramist, és írd be az üres téglalapokba a megfelelő számokat!**



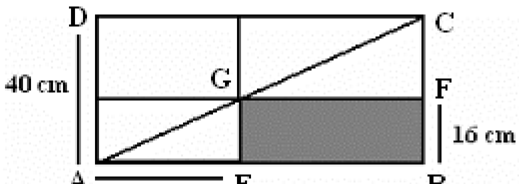


6. Az A, B, C, D betűkkel jelzett kockák közül írd le azoknak a betűjelét, amelyeket a megadott testhálóból el tudunk készíteni!



Mind a négy lehetséges: A; B; C és D

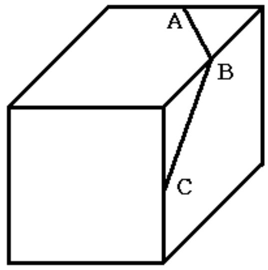
7. Az ábrán látható adatok ismeretében határozd meg a szürkére festett téglalap területét!



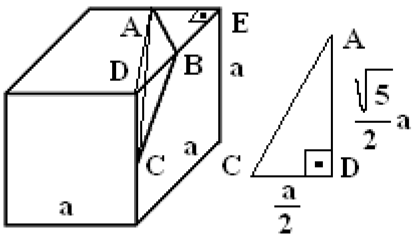
Az AEGΔ ~ GFCΔ-höz, mert szögeik egyenlők.
Ekkor a megfelelő oldalak aránya egyenlő: GF : CF = AE : EG.
Felhasználva, hogy CF = 24 cm (= 40 – 16), a GF = 60 cm.
Tehát a szürke téglalap területe: t = GE · GF = 16 · 60 cm^2 = 960 cm^2.

SZEGŐ GÁBOR MATEMATIKAVERSENY 2007/2008.

A II. FORDULÓ FELADATAINAK MEGOLDÁSAI



8. Mekkora az ABC szög, ha A, B és C a 4 cm oldalélű kocka megfelelő éleinek felezőpontjai?



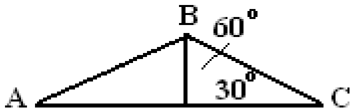
Határozzuk meg az ABCΔ oldalait!

$AB = BC = a\dfrac{\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$.

A derékszögű ADEΔ-ben a Pitagorasz-tétel alapján

$AD = a\dfrac{\sqrt{5}}{2} = 2\sqrt{5}$.

A derékszögű ACDΔ-ből a Pitagorasz-tétel alapján $AC = a\dfrac{\sqrt{6}}{2} = 2\sqrt{6}$.



Vegyük észre, hogy az ABCΔ-et a B csúcsból induló magasság olyan háromszögekre bontja, amelyek egy szabályos háromszög kettévágásával hozhatók létre. Így a kérdéses ABC szög 120°.