

SZEGŐ GÁBOR MATEMATIKAVERSENY 2017/2018

AZ I. FORDULÓ FELADATAINAK MEGOLDÁSA

1. Egy dolgozó havi fizetését az év elején 15%-kal emelték. Fél év után a már emelt fizetését ismét emelték 10%-kal. Mennyi lett így a dolgozó havi fizetése, ha a béremelések előtt 180 000 Ft-ot keresett? Hány %-kal lesz több így a fizetése havonta, mint tavaly?

	Kezdetben	Év elején	Fél év után
fizetés(Ft)	180 000	$1,15 \times 180000$	$1,1 \times 1,15 \times 180000 = 227\,700$
A növekedés	47 700 Ft.	Ez az eredeti fizetés $\frac{47700}{180000} 100\% = 26,5\%$ -a.	

A dolgozó fizetése 227 700 Ft lesz, és így a fizetése havonta 26,5%-kal lesz több, mint tavaly.

2. Aladár olyan deltoid alakú sárkányt készített, amelynek van két derékszöge és egy 120° -os szöge. Mekkora a deltoid átlói, ha a sárkány rövidebb oldala 40 cm? A pontos értékek megadását kérjük.

Használjuk az ábra jelöléseit!

Az $ACD\Delta$ egy szabályos Δ fele.

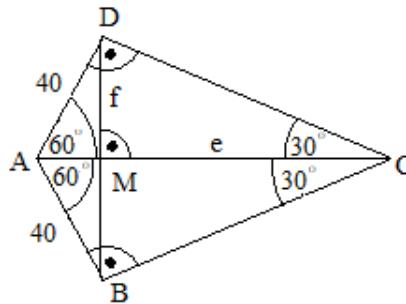
Így $e = 2 \cdot 40 = 80$ (cm).

Az $AMD\Delta$ is egy szabályos Δ fele. Így $AM = 20$ cm.

Az $AMD\Delta$ derékszögű.

A Pitagorasz-tétel alapján: $40^2 = 20^2 + (f/2)^2$.

Ebből $f = 2\sqrt{1200} = 40\sqrt{3}$ (cm).



3. 6 óra 20 perckor hány fokok szöget zár be egymással a hagyományos óra két mutatója?

6 órakor a két mutató 180° -os szöget zár be. 20 perc alatt ($1/3$ óra) a nagymutató 120° -ot halad előre. Mivel a kismutató sebessége 12-edre a nagymutató sebességének, így csak 10° -ot halad előre. A bezárt szög: $180^\circ - 120^\circ + 10^\circ = 70^\circ$.

Tehát a két mutató 70° -os szöget zár be.

4. Egy téglatest egyik oldallapja 6 cm \times 10 cm-es téglalap. Mennyi a téglatest térfogata, ha tudjuk, hogy a felszíne 364 cm^2 ?

Jelöljük a téglatest éleit a, b és c-vel. Ekkor $a = 6$ cm, $b = 10$ cm.

A téglatest felszíne: $A = 2(ab + ac + bc) = 2(60 + 6a + 10a) = 364$. Ebből $a = \frac{61}{8}$.

Így a téglatest térfogata: $V = abc = \frac{61}{8} \cdot 6 \cdot 10 = \frac{915}{2} = 457,5$ (cm³).

5. Az a, b, c különböző számjegyekre igaz, hogy az alábbi tízes számrendszerben felírt számok mindegyike négyzetszám: $a; \overline{ab}; \overline{cb}; \overline{cacb}$. Melyek ezek a számok?

A feltételek szerint az a számjegynek négyzetszámnak kell lennie: $a = 1; 4; 9$.

- $a = 1$ estén $\overline{1b}$ is négyzetszám. Ekkor $b = 6$ és a $\overline{c6}$ lehetséges értékei 16 és 36. Mivel a, b, c különböző számok, ezért $c \neq a = 1$. Így csak $c = 3$ lehetséges.

Ez meg is felel, mert $\overline{3ac6} = 3136 = 56^2$.

- $a = 4$ estén $\overline{4b}$ is négyzetszám. Ekkor $b = 9$ és a $\overline{c9}$ lehetséges értéke 49. Ez $c \neq a = 4$ miatt nem megoldás, tehát $a = 4$ nem megoldása a feladatnak.

- $a = 9$ estén $\overline{9b}$ is négyzetszám. Mivel ilyen négyzetszám nincs, így további megoldása nincs a feladatnak.

Tehát a feladatnak egyetlen megoldása van: $a = 1; b = 6; c = 3$.

SZEGŐ GÁBOR MATEMATIKAVESENY 2017/2018

AZ I. FORDULÓ FELADATAINAK MEGOLDÁSA

6. Egy medence az egyik csapon át 5 óra alatt, a másik csapon át 10 óra alatt telik meg. Hány óra alatt lesz háromnegyedig a kezdetben üres medence, ha mindkét csapot egyszerre nyitjuk meg?

A medence x óra alatt telik meg.

Az első csap teljesítménye $\frac{1 \text{ medence}}{5 \text{ óra}}$, a második csapé $\frac{1 \text{ medence}}{10 \text{ óra}}$.

Így x óra alatt $\frac{1 \text{ medence}}{5 \text{ óra}} x + \frac{1 \text{ medence}}{10 \text{ óra}} x = \frac{3}{4} \text{ medence}$ mennyiségű víz folyik ki.

Ebből $x = 2,5$ óra. Ez meg is felel a feltételeknek.

7. Írj az alábbi kilencjegyű, tízes számrendszerben felírt számban x és y helyére olyan számjegyeket, hogy a szám osztható legyen 45-tel! $\overline{32x35717y}$

Legyen $A = \overline{32x35717y} \cdot 45 = 5 \cdot 9$, ahol az 5 és 9 relatív prímelek.

Így elég az A szám 5-tel és 9-cel való oszthatóságát vizsgálni.

Ha 5 osztója A -nak, akkor y lehetséges értékei: $y = 0$ vagy $y = 5$.

$y = 0$ esetén $x = 8$. (A számjegyek összege osztható 9-cel.)

$y = 5$ esetén $x = 3$.

8. Hány %-a az ABC háromszög területének a szürkére színezett síkidom területe?

(A háromszög megfelelő oldalait feleztük, harmadoltuk és negyedeltük.)

Az $AN_2F\Delta$ oldalai az $ABC\Delta$ oldalainak a fele. Így a területe a negyede: $t_{AN_2F} = 0,25 \cdot t_{ABC}$.

Hasonló gondolatmenet alapján a $N_3BH_1\Delta$ területe a tizenkettede, az $FH_2C\Delta$ területe pedig a hatoda az $ABC\Delta$ területének.

Ezek együtt az eredeti háromszög területének a felét (50%-át) teszik ki. Így a szürke síkidom területe az $ABC\Delta$ területének az 50%-a.

