

# SZEGŐ GÁBOR MATEMATIKÁVERSENY 2018/2019

## A II. FORDULÓ FELADATAINAK MEGOLDÁSA

1. Erzsi 9 éves volt, amikor bátyja, Laci 17 éves volt. Hány évesek most, ha együtt 50 évesek?

Jelöljük az eltelt időt éveken mérve  $x$ -szel!

Készítsünk táblázatot a feladatban leírtak alapján!

	Régen	Most	Így $9 + x + 17 + x = 50$ .
Erzsi (év)	9	$9 + x$	Ebből $x = 12$ .
Laci (év)	17	$17 + x$	

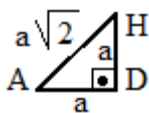
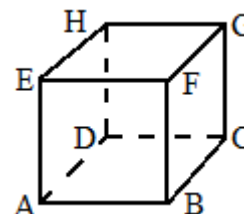
Tehát most Erzsi **21**, Laci pedig **29** éves.

2. Milyen háromszöget határoz meg a kocka három adott csúcsa?

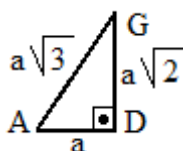
a) A, D, H csúcsok;

b) A, D, G csúcsok;

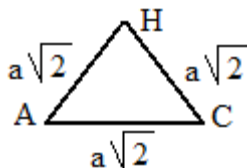
c) A, H, C csúcsok.



a) Egyenlő szárú derékszögű háromszög.



b) Derékszögű háromszög.



c) Szabályos háromszög.

3. Egy háromszintes házban az első emeleten annyian laknak, mint a földszinten és a második emeleten együtt. A földszinten lakók felett 107-en, a második emelet alatt 91-en laknak. Hány lakó lakik az egyes szinteken?

Jelöljük a földszinten, az első emeleten és a második emeleten lakók számát rendre  $x$ -szel,  $y$ -nal és  $z$ -vel! Ekkor a feladat feltételei alapján:

$$\begin{array}{l} y = x + z \\ y + z = 107 \\ x + y = 91 \end{array}$$

Adjuk össze a két utolsó egyenletet:  $2y + (x + z) = 198$ .

Felhasználva az első egyenletet:  $3y = 198$ . Ebből  $y = 66$ .

Továbbá  $z = 41$  és  $x = 25$ .

Tehát a földszinten **25**, az első emeleten **66**, a második emeleten **41** fő lakik.

4. Az ABC egyenlő szárú háromszög alapon fekvő és a szárak által bezárt szögének aránya  $1 : 2$ . A háromszög területe  $64 \text{ dm}^2$ . Mekkora a háromszög köré írható kör sugara?

Használjuk az ábra jelöléseit!

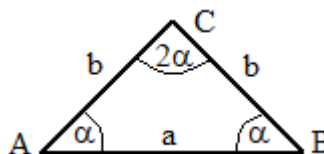
Ekkor a háromszög belső szögeinek összegéről tanultak alapján  $4\alpha = 180^\circ$ .

Ebből  $\alpha = 45^\circ$  és  $2\alpha = 90^\circ$ . Tehát az

$ABC\Delta$  egyenlő szárú derékszögű háromszög.

Így a háromszög területe:  $t_{ABC} = 0,5 \cdot b^2 = 64$ . Ebből  $b^2 = 128$ .

Írjuk fel a Pitagorasztételét az  $ABC\Delta$ -re:  $a^2 = 2b^2 = 256 \text{ dm}^2$ .



# SZEGŐ GÁBOR MATEMATIKÁVERSENY 2018/2019

## A II. FORDULÓ FELADATAINAK MEGOLDÁSA

Ebből  $a = 16$  dm.

A derékszögű háromszög köré írható kör sugara az átfogó felével egyenlő.

Így az  $ABC\Delta$  köré írható kör sugara **8 dm**.

**5. Egy kocka egyik élét 20%-kal növeljük, a másik élét 20%-kal csökkentjük, a harmadik élét nem változtatjuk. Hány %-kal változik a kocka felszíne és térfogata?**

Jelöljük a kocka éleit  $a$ -val! Ekkor a kocka felszíne és térfogata:  $A_k = 6a^2$ ;  $V_k = a^3$ .

Az új test oldalai rendre:  $1,2a$ ;  $0,8a$  és  $a$ . Az új test felszíne és térfogata:

$A_t = 2a^2(1,2 \cdot 1 + 0,8 \cdot 1 + 1,2 \cdot 0,8) = 5,92a^2$ ;  $V_t = 1,2 \cdot 0,8 \cdot 1 a^3 = 0,96a^3$ .

$\frac{A_t - A_k}{A_k} 100\% = -\frac{4}{3}\% = -1,3\%$ ;  $\frac{V_t - V_k}{V_k} 100\% = -4\%$ .

Tehát a kocka felszíne  $\frac{4}{3}\% = 1,3\%$ -kal; a térfogata **4%**-kal csökkent.

**6. Az 1012 egy olyan négyjegyű természetes szám, amelyben az első három számjegy összege egyenlő a negyedik számjeggyel, és számjegyeinek szorzata 0. Hány ilyen négyjegyű szám van?**

Jelöljük a négyjegyű számot  $\overline{abcd}$  -vel! Ekkor a feltételek szerint:  $a + b + c = d$ .

Mivel  $a$  nem lehet nulla, így  $d$  sem. Továbbá  $abcd = 0$ . Az előzőeket figyelembe

véve a  $b$  és  $c$  közül legalább az egyik mindig nulla.

Számoljuk össze a feltételeknek megfelelő számokat!

1001

1012

1102          2002

1023          2013

1203          2103          3003

1034          2024          3014

1304          2204          3104

.

.

.

.

1078          2068          3058

1708          2608          3508                  8008

1089          2079          3069                  8019

1809          2709          3609                  8109                  9009

$\Sigma$ : **17**          **15**          **13**                  **3**                  **1**

A feltételeknek megfelelő számok száma:  $17 + 15 + 13 + \dots + 3 + 1 = 9^2 = 81$ .

**7. Melyik az a legkisebb természetes szám, amely 3-mal osztva 1-et, 4-gyel osztva 2-t, 6-tal osztva 4-et, 7-tel osztva pedig 5-öt ad maradékul?**

Jelöljük a feltételeknek megfelelő természetes számot  $n$ -nel!

Ekkor a feltételek szerint  $n + 2$  osztható lesz 3-mal, 4-gyel, 6-tal és 7-tel is.

Így  $n + 2$  a 3, a 4, a 6 és a 7 legkisebb közös többszöröse:  $[3; 4; 6; 7] = 84$ .

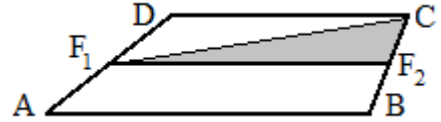
$82 = 3 \cdot 27 + 1 = 4 \cdot 20 + 2 = 6 \cdot 13 + 4 = 7 \cdot 11 + 5$ .

Tehát a feltételeknek megfelelő szám a **82**.

# SZEGŐ GÁBOR MATEMATIKAVESENY 2018/2019

## A II. FORDULÓ FELADATAINAK MEGOLDÁSA

8. Hány %-a az ABCD trapéz területének a szürkére színezett síkídom területe? (Az  $F_1$  és  $F_2$  pontok felezik a szárakat.)



Használjuk az ábra jelöléseit!

A trapéz oldalai  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$ , magassága  $m$ ,  
középvonala  $k$ .

A középvonal:  $k = 0,5(a + b)$ .

A trapéz területe:  $t_{ABCD} = km$ .

A szürkére színezett háromszög területe:  $t = 0,5 \cdot (0,5 \cdot m)k = 0,25 \cdot mk$ .

$$\frac{t}{t_{ABCD}} 100\% = 25\%.$$

Tehát a szürkére színezett háromszög területe a trapéz területének **25%**-a.

