

# SZEGŐ GÁBOR MATEMATIKÁVERSENY 2019/2020.

## Az I. FORDULÓ PONTOZÁSI ÚTMUTATÓJA

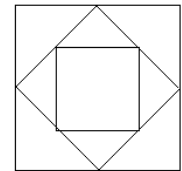
### 1. Hány egyenest határoznak meg a szabályos hatszög csúcsai?

A hatszög minden csúcsát 5 másik csúccsal köthetjük össze (5 egyenes). Ez összesen  $6 \cdot 5 = 30$  egyenest jelent. Így minden egyenest kétszer vettünk számításba. Tehát az egyenesek száma:  $\frac{30}{2} = 15$ .

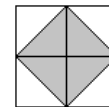
### 2. Félix 3 nap alatt 12 halat fogott. A második napon többet fogott, mint az elsőn. A harmadikon többet, mint a másodikon, de kevesebbet, mint az első két napon összesen. Hány halat fogott Félix a harmadik napon?

A feltételek szerint Félix a harmadik napon kevesebb halat fogott, mint az első két napon összesen. Tehát a harmadik napon kevesebbet fogott, mint az összesen megfogott halak fele. Így a harmadik napon legfeljebb 5 halat foghatott. Ez azt jelenti, hogy a második napon nem foghatott 4 halnál többet, az elsőn pedig 3-nál. Ha mindhárom napon a megengedett maximális számú halat fogta, akkor éppen  $(3 + 4 + 5 =)$  12 halat fogott. Így a feladatnak további megoldása nem lehet. Tehát Félix a harmadik napon **5 halat fogott**.

### 3. Az ábrán három négyzet látható. A kisebb négyzetek csúcsai felezik a nagyobb négyzetek oldalait. A legkisebb négyzet területe $12 \text{ cm}^2$ . Hány $\text{cm}^2$ -rel nagyobb a legnagyobb négyzet területe a közepesnél?



Vegyük észre: ha a feltételek szerint rajzolunk egy kisebb négyzetet egy nagyobba, akkor a kisebb négyzet területe fele a nagyobbénak. Ha a legkisebb négyzet területe  $12 \text{ cm}^2$ , akkor a közepesé  $24 \text{ cm}^2$ , a legnagyobbé  $48 \text{ cm}^2$ .



Tehát a legnagyobb négyzet területe  **$24 \text{ cm}^2$ -rel** nagyobb a közepes négyzet területénél.

### 4. Határozzuk meg az $x$ és $y$ számjegyeket úgy, hogy az $\overline{5678xy}$ hatjegyű szám osztható legyen 72-vel!

$72 = 8 \cdot 9$ , és ez a két szám relatív prím. Így elég vizsgálnunk a 8-cal és 9-cel való oszthatóságot. A megadott hatjegyű szám akkor osztható 8-cal, ha a  $\overline{8xy}$  háromjegyű szám osztható 8-cal. Mivel  $\overline{8xy} = 8 \cdot 100 + \overline{xy}$ , így az  $\overline{xy}$  kétjegyű számnak kell 8-cal oszthatónak lennie. A kilencsel való oszthatóság feltétele, hogy a szám számjegyeinek összege osztható legyen 9-cel.

Mivel  $5 + 6 + 7 + 8 + x + y = 26 + x + y$ , ezért  $x + y = 1$ , vagy  $x + y = 10$  (a két számjegy összege legfeljebb 18 lehet).

Az  $\overline{xy}$  lehetséges értékei: 00; 08; 16; 24;...; **64**;...; 96. Ezek közül csak a 64 felel meg. Tehát  **$x = 6$  és  $y = 4$** .

### 5. Egy téglatest egyik éle 75 %-a a másiknak, és $\frac{2}{3}$ része a harmadiknak. Mekkora a téglatest élei, ha a térfogata $54 \text{ dm}^3$ ?

Jelölje a téglatest éleit centiméterekben mérve:  $a$ ;  $b$  és  $c$ . Ekkor  $abc = 54$ . A

feltételek szerint  $a = 0,75b = \frac{3}{4}b$  és  $a = \frac{2}{3}c$ . Tehát  $a = \frac{3}{4}b = \frac{2}{3}c$ . Ebből  $c = \frac{9}{8}b$ .

$abc = 54 = \frac{3}{4}b \cdot b \cdot \frac{9}{8}b = \frac{27}{32}b^3$ . Innen  $b = 4 \text{ cm}$ . Továbbá  $a = 3 \text{ cm}$  és  $c = 4,5 \text{ cm}$ .

Tehát a téglatest élei **3 cm, 4 cm és 4,5 cm**.

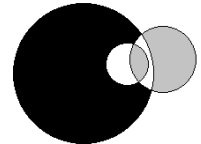
# SZEGŐ GÁBOR MATEMATIKÁVERSENY 2019/2020.

## Az I. FORDULÓ PONTOZÁSI ÚTMUTATÓJA

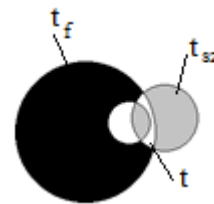
**6. Egy kétjegyű szám számjegyeinek a különbsége 4. Ha összeadjuk a számot és a számjegyek felcserélésével kapott számot, akkor 154-et kapunk. Melyik ez a kétjegyű szám?**

Jelöljük a keresett kétjegyű számot  $\overline{xy}$ -nal.  $\overline{xy} = 10x + y$ . A feltételek szerint  $x - y = 4$  és  $\overline{xy} + \overline{yx} = 10x + y + 10y + x = 11(x + y) = 154$ . Ebből  $x + y = 14$ . A két feltételből  $x = 9$  és  $y = 5$ . A feladat feltételei alapján a számjegyek szerepe felcserélhető. Így két megoldás van. A kérdéses kétjegyű szám az **59** vagy a **95**.

**7. Az ábrán látható körök sugara 3 cm, 5 cm és 7 cm. Mennyivel nagyobb a fekete rész területe, mint a két szürke együtt?**



Az  $r$  sugarú kör területe  $r^2\pi$ . Használjuk az ábra jelöléseit. A fekete rész területe:  $t_f = 49\pi - 9\pi - t$ . A szürke rész területe:  $t_{sz} = 25\pi - t$ . A két rész területének különbsége:  $t_f - t_{sz} = 49\pi - 9\pi - t - (25\pi - t) = 15\pi \text{ cm}^2 \approx 47,12 \text{ cm}^2$ .



**8. Mennyi annak a háromszögnek a kerülete és területe, amelynek az egyik oldala 14 cm, a rajta fekvő egyik szög  $45^\circ$ , és az adott oldalhoz tartozó magasság 8 cm?**

Használjuk az ábra jelöléseit.

Az  $ATCA$  derékszögű háromszög egyenlő szárú, mert az egyik hegyes szöge  $45^\circ$ . Így az  $AT$  szakasz hossza is 8 cm. A  $BT$  szakasz hossza  $14 - 8 = 6$  (cm).

Az  $AC$  szakasz hossza a Pitagorasz-tétel alapján  $8\sqrt{2}$  cm. A  $BC$  szakasz hossza a Pitagorasz-tétel

alapján 10 cm. A háromszög területe:  $t_{ABC} = 0,5 \cdot 14 \cdot 8 \text{ cm}^2 = 56 \text{ cm}^2$ .

A háromszög kerülete:  $k_{ABC} = (14 + 10 + 8\sqrt{2}) \text{ cm} \approx 35,31 \text{ cm}$ .

