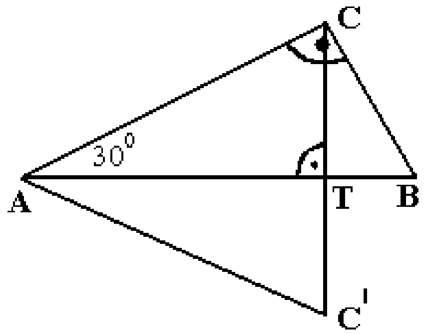
SZEGŐ GÁBOR MATEMATIKAVERSENY

2000/2001 tanév

I. FORDULÓ - MEGOLDÁS

1. Dani másodpercenként 3 m-rel többet tesz meg, mint András. Ezért a 120 m-t 120 m **:** 3 m/s = 40 s alatt hozza be.



2. CT = 5 cm. Ha C-t T-re tükrözzük, a kapott ACC' háromszög szabályos lesz. Emiatt AC = 2CT = 10 cm.

3. Ha két szám 75-tel osztva ugyanazt a maradékot adja, akkor különbségük osztható 75-tel. 75-tel való osztásnál legfeljebb 75-féle maradékot kaphatunk. Emiatt a 2, 2^2, 2^3, 2^4, ..., 2^{76} számok között biztosan lesz legalább 2 olyan, melyek ugyanazt a maradékot adják, tehát különbségük osztható 75-tel.

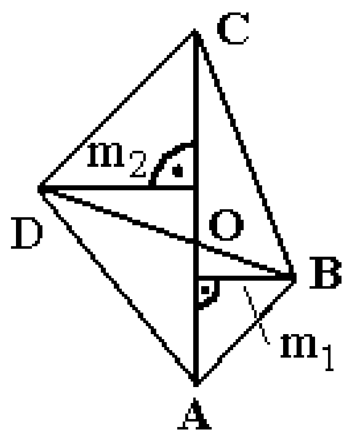
4. α 8-cal, β 9-cel és γ 12-vel osztható mérőszámú hegyesszögek. α lehet: 8° , 16° , 24° , 32° , 40° , 48° , 56° , 64° , 72° , 80° , 88° . Mivel α és γ páros, így β is az kell, hogy legyen, ezért β lehetséges értékei: 18° , 36° , 54° , 72° . Figyelembe véve, hogy $\alpha + \beta + \gamma = 180°$, a szóba jöhető számhármasok: (24° ,72° ,84°), (32° ,72° ,76°), (40° ,72° ,68°), (40° ,54° ,86°), (48° ,72° ,60°),(48° ,54° ,78°), (56° ,72° ,52°), (56° ,54° ,70°), (56° ,36° ,88°), (64° ,72° ,44°), (64° ,54° ,62°), (64° ,36° ,80°), (72° ,72° ,36°), (72° ,54° ,54°), (72° ,36° ,72°), (80° ,72° ,28°), (80° ,54° ,46°), (80° ,36° ,64°), (80° ,18° ,82°), (88° ,72° ,20°), (88° ,54° ,38°), (88° ,36° ,56°), (88° ,18° ,74°). Ezek közül annak a feltételnek, hogy γ 12-vel osztható legyen, megfelelnek: (24° ,72° ,84°), (48° ,72° ,60°), (72° ,72° ,36°), (72° ,36° ,72°).

5. Legyen Kolja most x éves és Olja y éves. Így a feladat feltételeiből következik, hogy Polja néni x + y éves volt, amikor Kolja y éves volt. Tehát Polja néni x évvel idősebb Koljánál, így most 2x éves. Így x évvel ezelőtt volt olyan idős, mint Kolja most, és Kolja éppen akkor született.

6. Elég két hordár. Az első nap végén mindenkinél háromnapi készlet van. Az egyik hordár átad 1-1 napi készletet a másik hordárnak és a kutatónak, a maradék egy napi készlettel pedig visszafordul. A második nap végén a kutatónál és a vele lévő hordárnál háromnapi készlet van. Ebből a hordár egy napit átad a kutatónak, a maradék kettővel pedig visszafordul. Így a kutató a nála lévő 4 napi készlettel meg tudja tenni a hátralévő négy napos utat.

7. A két adott területű háromszög az ábrán a BOC és a BOA háromszög. Az AC átló a négyszöget egy 3 cm^2 + 5 cm^2 = 8 cm^2 és egy 24 cm^2 - 8 cm^2 = 16 cm^2 területű háromszögre bontja (mivel a négyszög területe 24cm^2). Az ACB háromszög területe fele az ACD háromszög területének. Ezért az AC alaphoz tartozó m_1 magasság fele az

m_2 magasságnak. Az m_1 magasság az AOB és az OCB háromszög közös magassága. Az m_2 magasság pedig az AOD és a DOC háromszög közös magassága. Mivel az AOB és az AOD háromszögnek ugyanaz az alapja, AOB magassága pedig fele AOD magasságának, ezért az AOD háromszög területe kétszerese az AOB háromszög területének, azaz 6 cm^2. Az ODC háromszög területe ehhez hasonlóan 10 cm^2.



8. A teljes táv 5000 m. Amikor a győztes áthalad a célon, 5000 m-t tett meg, Béla 500 m-rel mögötte van, tehát 4500 m-t tett meg, Csaba pedig 725 m-rel van mögötte, tehát o 4275 m-t tett meg. Így 4500 m megtétele után Csaba 225 m-rel van lemaradva Bélától. Ez azt jelenti, hogy amíg Béla 1 m-t, addig Csaba átlagosan $225 : 4500 = 0{,}05$ m-rel kevesebbet, azaz 0,95 m-t tesz meg. Így a további 500 m alatt $0{,}05 \cdot 500 = 25$ m-rel no a köztük lévő távolság, tehát amikor Béla áthalad a célon, Csaba $225 + 25 = 250$ m-rel marad el tőle.