SZEGŐ GÁBOR

MATEMATIKAVERSENY

2001/2002

II. FORDULÓ - MEGOLDÁS

1.

a, 2001/2002a) $x^2 - 2x + 1 = 16$ vegyük észre, hogy $(x - 1)^2 = 16$. Ebből $x - 1 = 4$ vagy $x - 1 = -4$

$x_1 = 5$ $x_2 = -3$

b) $(x - 3,2)(x + 2,8)(y - 1,4) = 0$ Egy szorzat akkor és csakis akkor nulla, ha valamelyik tényezője nulla.

$x - 3,2 = 0$

$x_1 = 3,2$ és y_1 tetszőleges valós szám,

vagy

$x + 2,8 = 0$

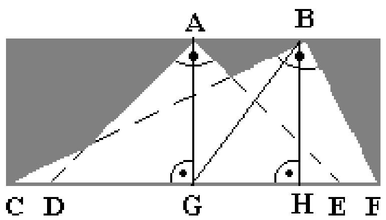
$x_2 = -2,8$ és y_2 tetszőleges valós szám,

vagy

$y - 1,4 = 0$

$y_3 = 1,4$ és x_3 tetszőleges valós szám.

2.



ADED egyenlőszárú derékszögű, így DG = GE = GA = 2 m. A Thalész-tétel értelmében
CG = GF = GB = 2,5 m.
A BGHD -re írjuk fel a Pitagorasz-tételt: GH = x, $2,5^2 = x^2 + 2^2$ Ebből x = 1,5 m .

Tehát AB = GH = x = 1,5 m.

3. a) $x^2y + x^2 - 300 = 0$ x, y Î **Z**, átalakítás után
$x^2(y + 1) = 300 = 2^{2×} 3× 5^2$ Mivel $x^{2 >}$ 0, így y + 1 is pozitív lehet

Ezt felhasználva: x^2 x y

1 ± 1 299

4 ± 2 74

25 ± 5 11

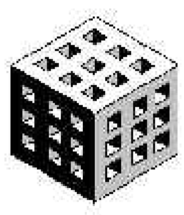
100 ± 10 2

b) $\frac{4x - 8}{x - 3} + 1 = \frac{x + 1}{x - 3} + 3$, x 1 3

Rendezés után $\frac{3(x - 3))}{x - 3} = 2$

Ebből 3 1 2. Tehát nincs megoldás.

4.

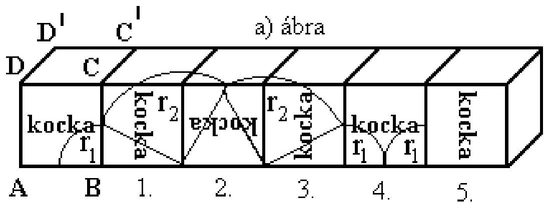


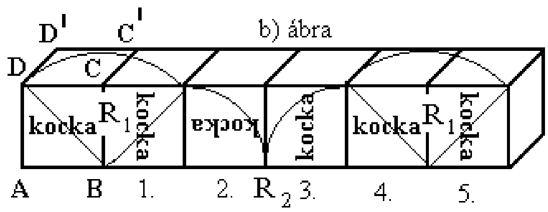
A kilyuggatott kocka oldallapjainak területe: 6 × (7 × 7 - 9) = 240 cm^2

A lyukak mentén keletkezett felületek területe: 27 × 4 × 4 = 432 cm^2.

Így a test felszíne 672 cm^2.

5.





A pontok körpályákon mozognak.
Jelölje a kocka élét: a. Ekkor

az a) ábra alapján r_1 = 0,5a,

$r_2 = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + a^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.

A b) ábra alapján

$R_1 = a\sqrt{2}$,

$R_2 = a$.

6. Az egyik túrázónak $4 = \frac{12}{3}$, a másiknak $3 = \frac{9}{3}$ szendvicse volt.

$\frac{12}{3} + \frac{9}{3} = \frac{21}{3}$-ot három egyenlő részre osztva $\frac{7}{3}$-ot kapunk.

Az első turista $\frac{5}{3}$, a második $\frac{2}{3}$ szendvicset adott a katonának. Ezért a 140 Ft-ot is 5 **:** 2 arányban kell elosztani: az első turistának 100 Ft, a másodiknak 40 Ft jár.

7. Az n + 29, az n + 31 és az n + 33 egész számok egy mást követő páros

vagy páratlan számok.
A három szám csak úgy lehet egyszerre prímszám, ha mindhárom páratlan. Három egymást követő páratlan szám közül egy midig osztható 3-mal.

A három szám csak úgy lehet egyszerre prím, ha az egyik 3-mal egyenlő: n = -26 esetén n + 29 = 3, n + 31 = 5 és n + 33 = 7 (a legkisebb számnak kell 3-mal egyenlőnek lennie, mert a -1 és az1 nem prím).

Ha a negatív prímeket is megengedjük, akkor a legnagyobbnak kell -3-mal egyenlőnek lennie: n = -36 esetén n + 29 = -7, n + 31 = -5 és n + 33 = -3.

Bővítsük az első törtet kettővel:

Mivel a törtek számlálója azonos, az a nagyobb, amelyiknek kisebb a nevezője.