



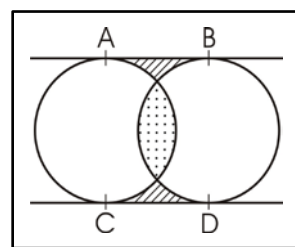
# SZEGŐ GÁBOR MATEMATIKAVEVERSENY

2002/2003

I. FORDULÓ

1. Három szám összege 33,7. Az első  $\frac{2}{3}$  része egyenlő a második  $\frac{5}{8}$  részével; a második  $\frac{5}{12}$  része pedig egyenlő a harmadik  $\frac{7}{18}$  részével! Határozzuk meg a számokat!

2. Az ábrán látható egységsugarú körök közös érintőinek érintési pontjai A, B, illetve C, D. Mekkora a körök középpontjainak távolsága, ha a fekete rész területe egyenlő a pontozott rész területével?



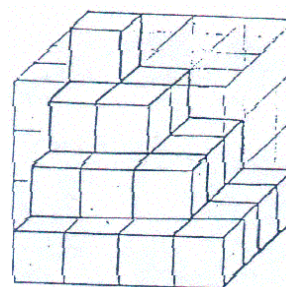
3. Egy iskola tanulóinak létszáma 200-nál több, de 1000-nél kevesebb. Határozzuk meg az iskola tanulóinak létszámát, ha tudjuk, hogy 6-os, 7-es, 8-as oszlopokba sorakoztatva három tanuló mindig kimarad, míg ha 9-es oszlopba sorakoznak, akkor minden sor teljes.

4. Határozzuk meg az A szám utolsó számjegyét, ha

$$A = 1997^{1997} + 1997^{1998} + 1997^{1999} + 1997^{2000} + 1997^{2001} + 1997^{2002}$$

5. Az ABC háromszögben a béta és a gamma hegyesszög, az AD a BC oldalhoz tartozó magasság (a D pont illeszkedik a BC oldalra), az AE a BAD szög szögfelezője (az E pont is illeszkedik a BC oldalra). Bizonyítsuk be, hogy az ABC háromszög derékszögű, ha  $AC=CE$ .

6. Egy kocka 16 cm-es éleit osszuk 4 egyenlő részre ( $n=4$ ) és szeleteljük az osztópontok mentén kis kockákra. Az ábrának megfelelően hagyjunk el kis kockákat az egyes sorokból, mégpedig úgy, hogy a legfelsőben 1, az alatta következőben 4, majd 9 és végül 16 maradjon. Mekkora az így megmaradó test felszíne? Mekkora lesz a felszín, ha  $n=8$ ?



7. Mutassuk meg, hogy az

$$A = 5 + 5^2 + 5^3 + \dots + 5^{1988} + 5^{1989} + 5^{1990}$$

szám osztható 71-gyel?

8. Oldjuk meg az egész számok halmazán az alábbi egyenletet:

$$2(x + y) = xy$$