



SZEGŐ GÁBOR MATEMATIKAVEVERSENY

2003/2004

I. FORDULÓ - MEGOLDÁS

1. Ha az utolsó kézfogás után az ördög 27 garast kapott, akkor az utolsó hámszorozás előtt 9 garasa volt a szegény embernek.

Hasonlóan gondolkodva: A második kézfogás után 36 garasa, előtte 12 garasa, míg az első kézfogás után 39, előtt 13 garasa volt a szegény embernek.

Tehát találkozásukkor a szegény ember zsebében 13 garas volt

2. Az első háromszög egy szabályos háromszög „fele”, így szögei: 30° , 60° , 90° .

Egy háromszög külső szögeinek összege 360° . A másik három külső szögeinek arányából felírható:

$$3x + 4x + 5x = 360^\circ \Rightarrow x = 30^\circ$$

Így e háromszög szögei: 30° , 60° , 90° .

Mivel a két háromszög belső szögei rendre megegyeznek, a két háromszög hasonló.

Egy háromjegyű szám számjegyeinek szorzata pontosan akkor páratlan, ha minden számjegye páratlan.

5 darab páratlan számjegy van, mindegyikük kerülhet az egyesek, tízesek, százask helyére.

Így összesen $5^3=125$ ilyen szám van.

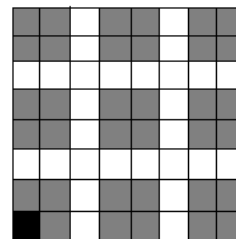
3. Színezzük a sakktáblát az ábra szerint!

A fekete szín a kivágást jelzi.

Egy dominót lerakunk.

Ez a táblán mindenesetben páros (0 vagy 2) szürke mezőt fed le. De az ábrán 35 darab szürke mező van.

Így nem fedhető le a tábla 1×3 -as dominókkal.



5. Jelöljük x -szel azt az időt, ami még hátravan a dolgozatírásból, amikor Sanyi először az órájára pillantott.

$$2x + x = 2x + 5 + \frac{2x + 5}{5}$$

Ekkor az alábbi összefüggés írható fel:

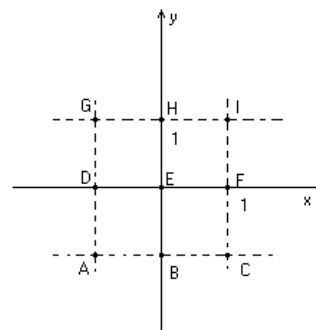
Ennek megoldása: $x=10$.

A dolgozat tehát 30 perces.

6. 1.eset: Ha a háromszög valamelyik oldala párhuzamos valamelyik tengellyel.

Legyen ez a tengely az x tengely, megválasztása nem befolyásolja a lehetséges területértékeket.

Ekkor a háromszög ezen oldalához tartozó magassága párhuzamos az y tengellyel. Mivel a háromszög csúcsai rácspontok, így mind az oldal, mind a magasság értéke 1 vagy 2 lehet. Így a háromszög területe 0,5; 1; 2 lehet.



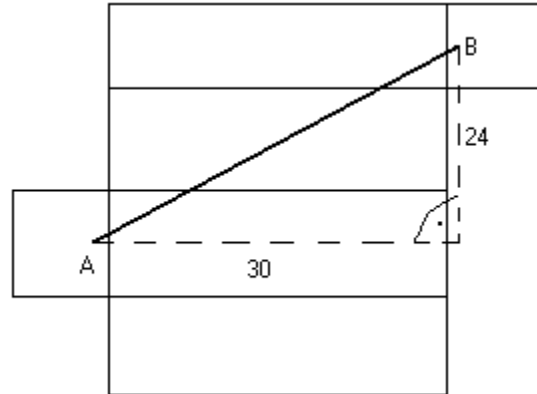
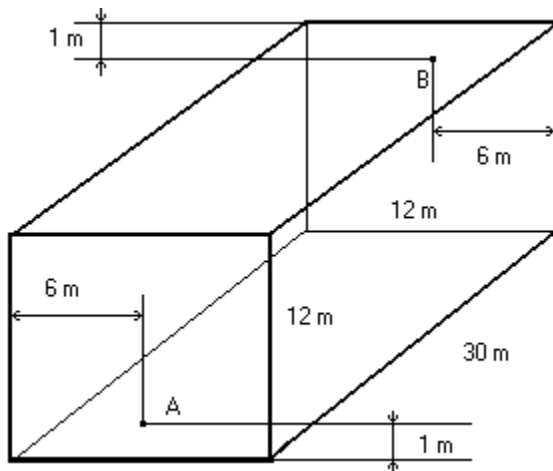
Mindegyikre mutatunk példát: ABE, ACE, ACH háromszögek.

2. eset: Ha a háromszög egyik oldala sem párhuzamos a tengelyek valamelyikével. Ekkor az oldalak az egységnégyzet, vagy a kétegységnyi területű téglalap átlója lehetnek. Egyetlen ilyen háromszög konstruálható, melynek területe: $2 \cdot 1 - 1 - 0,5 = 1,5$. (Pl. BFG háromszög)

Több eset nincs.

Így a háromszög területe 4 különböző értéket vehet fel: 0,5; 1; 1,5; 2 lehet.

7. Készítsük el az alábbi hálózati rajzot!



Pitagorasz tételét felírva:

$$AB = \sqrt{32^2 + 24^2} = 40$$

Más hálózati rajzokat készítve

40 m-nél hosszabb értéket kapunk.

A legrövidebb huzal 40 méteres.

8. A (3) feltétel alapján: $6 = 6 \cdot 1 = 3 \cdot 2$.

A $6 \cdot 1$ felbontás megfelel a (2) feltételnek. Az (1)-et figyelembe véve 16 mindhárom feltételnek eleget tesz.

A $3 \cdot 2$ felbontás akkor tesz eleget a (2) feltételnek, ha kiegészítjük a szorzatot két db 1-es szorzótényezővel: $6 = 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1$.

Az 1, 1, 2, 3 számjegyekből alkotott számok közül az 1312 és a 3112 tesz eleget az (1)-es feltételnek is.

Így a feladatnak 3 megoldása van: 16, 1312, 3112.