



SZEGŐ GÁBOR MATEMATIKAVEVERSENY

1997/1998

I. FORDULÓ - MEGOLDÁS

1. A csordában 32 teve van, mert minden tevének pontosan 1 feje van. Mivel a tevék legalább egypúpúak, a 32 tevének legalább 32 púpja van. A maradék 17 púp 17 tevéhez tartozik, mert a tevék legfeljebb kétpúpúak. Így 15 egypúpú teve van a csordában.

2. Jelöljük a kismadarak árát x -szel.

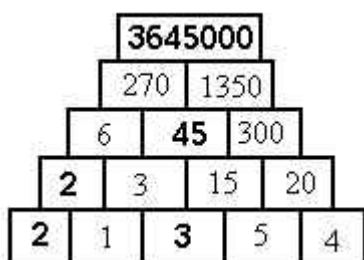
Így a nagymadarak ára $2x$.

$$5 \cdot 2x + 3 \cdot x > 3 \cdot 2x + 5 \cdot x$$

$5 \cdot 2x + 3 \cdot x = 3 \cdot 2x + 5 \cdot x + 20$ egyenlet alapján $x = 10$, amely megoldása a feladatnak.

A nagymadár ára 20 dollár, a kicsié pedig 10 dollár.

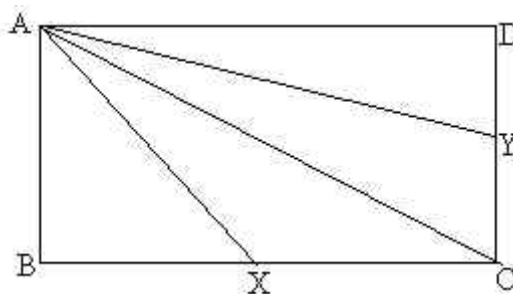
3.



A 4-est számoltam ki utolsónak.

4.

Az AC átló a téglalapot két egyenlő területű részre bontja, mert két egybevágó háromszög keletkezik (a két háromszögben a megfelelő oldalak egyenlőek). Így már csak a háromszögek területét kell megfelelni. Az ABX és az AXC háromszögek magasságai egyenlőek ($m = AB$).



A két háromszög területe csak akkor egyezik meg, ha alapjaik is egyenlőek.

Tehát X a BC szakasz, Y pedig a CD felezőpontja.

Hasonló gondolatmenet alapján a hat részre osztásnál a harmadolópontokat kell felhasználni.

5. Egy szám akkor osztható 36-tal, ha 4-gyel és 9-cel is osztható.

A 4-gyel való oszthatóságból következik, hogy $y = 2$ vagy 6 lehet.

A 9-cel való oszthatóságból pedig $y = 2$ esetén $x = 8$ illetve $y = 6$ esetén $x = 4$ következik.

6.

$$4382 = 12 * 365 + 2$$

A két évszám között 12 a különbség és közben 2 szökőév volt. 12 év alatt azonban 3 szökőévnek kellene lennie. Ez csak úgy lehetséges, hogy 1800 az említett évek között van. Így az első győzelem évszáma legalább 1788 és legfeljebb 1800 lehet. Ezen évszámok közül csak az 1796 számjegyeinek az összege lesz 23.

A két keresett évszám 1796 és 1808.

7. A négyzetek sarkaiba írjuk azt a számot, ahány módon eljuthatunk abba a pontba. Ez a közvetlenül balra mellette és a közvetlenül alatta lévő két szám összege. Vannak olyan csúcsok, ahová a feltételek értelmében nem mehetünk, mert csak szabálytalanul érhetjük el vagy hagyhatjuk el. Ilyen pontokhoz nullát írunk. Tehát 14 lehetséges út tesz eleget a feltételeknek. Minden út azonos hosszúságú, mert minden esetben 3-szor lehet felfelé és 5-ször jobbra menni. Így minden út hossza a négyzet oldalának 8-szorosa.

8. Ha a keresett számhoz hozzáadunk 1-et, akkor osztható lesz 2-vel, 3-mal, ... és 10-zel is.

Így ez a szám a 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 és 10 közös többszörösei közül kerül ki.

A fenti számok legkisebb közös többszöröse $8 * 9 * 5 * 7 = 2520$.

A további többszörösek nem felelnek meg, mert a narancsok száma meghaladná az 5000-et. Így a narancsok száma 2519.