



# SZEGŐ GÁBOR MATEMATIKAVEVERSENY

1997/1998

## II. FORDULÓ - MEGOLDÁS

1.

$$\begin{aligned}5^{600} &= (5^2)^{300} = 25^{300} \\3^{900} &= (3^3)^{300} = 27^{300} \\0 \text{ \&acute; } 25 \text{ \&acute; } 27, \text{ a kitev\u0151 azonos, \&iacute;gy } 5^{600} \text{ \&acute; } 3^{900}\end{aligned}$$

2.

$$\begin{aligned}x^2 + 32547817x - 11 &= x(x + 32547817) - 11 = \\&= 67452183(67452183 + 32547817) - 11 = \\&= 67452183 * 100\,000\,000 - 11 = \\&= 6745218300000000 - 11 = \\&= 6745218299999989\end{aligned}$$

3.

A doboz magassága minden oldalánál azonos, ezért a kartonpapír sarkaiból egy-egy négyzetet kell kivágni.

Ez a 4 négyzet egybevágó.

$$42 \text{ cm} * 38 \text{ cm} = 1596 \text{ cm}^2,$$

$$1596 \text{ cm}^2 - 1532 \text{ cm}^2 = 64 \text{ cm}^2 = 4 * (4 \text{ cm})^2$$

Így a kivágott négyzetek oldalai 4 cm hosszúak.

A doboz magassága tehát 4 cm.

$$\text{A doboz alapja pedig } 34 \text{ cm} * 30 \text{ cm} = 1020 \text{ cm}^2$$

$$\text{A térfogat: } 4080 \text{ cm}^3.$$

4.

Az első nap nappal a baktériumtörzs  $2^{13}$ -szorosára nő

Éjjel pedig  $2^{11}$ -ed részére csökken.

Tehát az első nap a 4-szeresére fog nőni.

Ez a mennyiség a második nap újra a 4-szeresére fog nőni és ez folytatódik a további napokon is.

$$\text{A 7. nap végére } 4^7 = 16384\text{-szorosára nő.}$$

5.

Haladjon a síelő az első esetben  $x$  órán át.

Ekkor a második esetben  $x - 2$  órán át haladt.

Mindkét esetben azonos hosszúságú utat tett meg:

$$10x = 15(x - 2) \text{ egyenletből}$$

$$x = 6 \text{ \&acute;ra.}$$

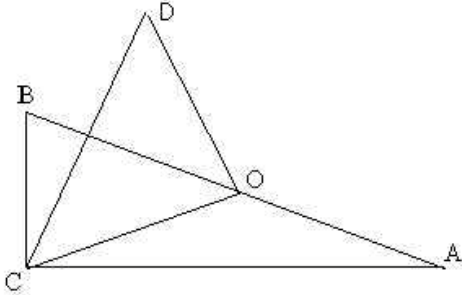
A síelő  $10 \text{ km/h} * 6 \text{ h} = 60 \text{ km-t}$  tett meg.

Ha délben szeretne megérkezni, akkor 5 órán át kell haladnia.

Ehhez pedig  $12 \text{ km/h}$  sebesség szükséges.

6.

A háromszög hegyesszögei  $a = 5x$  és  $b = x$ .  
 $a + b = 6x = 90^\circ$ , melyből  $x = 15^\circ$ .  
Így  $a = 75^\circ$  és  $b = 15^\circ$ .



Az ábra alapján az OCD háromszög szabályos. A kör sugara így 2 egység. Az ABC háromszög átfogója pedig 4 egység.

7.

A utolsó kő tömege  $370 \text{ kg} + 49 \cdot 2 \text{ kg} = 468 \text{ kg}$ .  
A kövek össztömege  $25 \cdot (370 + 468) \text{ kg} = 20950 \text{ kg}$ .  
A 7 teherautó képes ennyi tömeget elszállítani.  
 $7 \cdot 7 = 49$ , így egy teherautóra biztosan 8 követ kell tenni.  
A 8. kő tömege  $370 \text{ kg} + 7 \cdot 2 \text{ kg} = 384 \text{ kg}$ .  
Az első 8 kő tömege:  $4 \cdot (370 + 384) = 3016 \text{ kg}$ .  
Mivel a 8 legkönnyebb kő tömege is több mint 3000 kg, így nem szállítható el.

8.

1-től 1997-ig  
9 db egyjegyű: 9 számjegy,  
90 db kétjegyű : 180 számjegy,  
900 db háromjegyű 2700 számjegy és  
998 db négyjegyű 3992 számjegy  
Összesen: 6881  
Tehát 1997-nek a 7-e 6881. számjegy.  
 $2000 - (9 + 180) = 1811 = 603 \cdot 3 + 2$   
A 2000. leírt számjegy a 604. háromjegyű szám  
2. számjegye: a 703 második számjegye.  
A keresett számjegy a nulla.