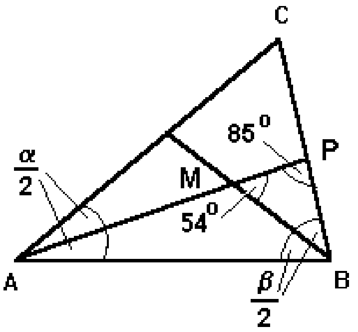
SZEGŐ GÁBOR
MATEMATIKAVERSENY
1997/1998
I. FORDULÓ - MEGOLDÁS

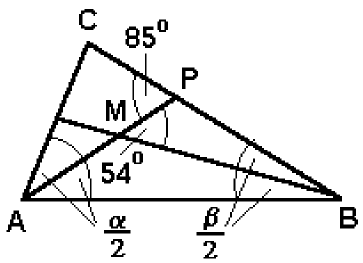
1. A fiú x számú feladatot oldott meg helyesen. Így az apának 8x Ft-ot kellene fizetnie, a fiúnak pedig (26 - x)5 Ft-ot. Ekkor egyikük sem tartozik a másiknak, azaz azonos összeggel tartoznak egymásnak. A 8x = 5(26 - x) egyenlet alapján x = 10. A fiú 10 feladatot oldott meg helyesen.

2. Aladár Benedek
1. eset
(azonos idő alatt)
út (m) 100 90
sebesség v 0,9v

2. eset
út (m) 110 100
sebesség v ill. 0,9v
idő110/v, 100/0,9v
$t_A = 110/v = 99/0{,}9v < 100/0{,}9v = t_B$
A versenyt Aladár nyeri.

3. Két eset van:





A BPMD -ben $54° + 85° + \frac{\beta}{2} = 180°$

$\frac{\beta}{2} =$ 41° β = 82°
Az 54° -os szög az ABMD -nek külső szöge:

54° = $\frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{2}$, amelyből $\frac{\alpha}{2}$ = 13° , α = 26° és γ = 72°

A 85° -os szög az BPMD -nek külső szöge:

85° = 54° + $\frac{\beta}{2}$, amelybol $\frac{\beta}{2}$ = 31° , β = 62°
Az 54° -os szög az ABMD -nek külső szöge:

54° = $\frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{2}$, amelyből $\frac{\alpha}{2}$ = 23° , α = 46° és γ = 72°
A háromszög szögei: 26° , 72° , 82° vagy 46° , 62° , 72°

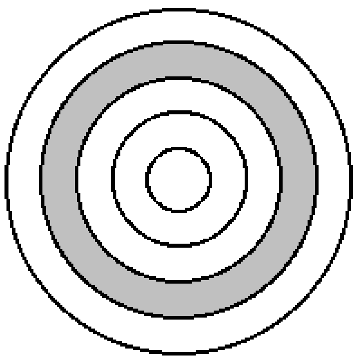
4. x kg nyers szilvából lesz 40 kg aszalt szilva.

nyers szilva aszalt szilva
(20/100)x kg (80/100)40 kg

Mivel a nyers- és az aszalt szilva azonos mennyiségű szárazanyagot tartalmaz:
$\frac{20}{100}$ x = $\frac{80}{100}$ 40 Ebből x = 160.
160 kg nyers szilvából lesz 40 kg aszalt szilva.

5. Egy tartály tömege t kg, egy teli tartályban lévő anyag tömege m kg. Így a 3 tehergépkocsinak (21t + 10,5 m) kg tömeget kell elszállítania. Egy-egy autóra (7t + 3,5m) kg tömegnek kell esnie. Ez az alábbi módokon lehetséges:
1. kocsi: 3 teli + 1 félig + 3 üres 3 teli + 1 félig + 3 üres = (7t + 3,5m) kg
2. kocsi: 3 teli + 1 félig + 3 üres vagy 2 teli + 3 félig + 2 üres = (7t + 3,5m) kg
3. kocsi: 1 teli + 5 félig + 1 üres 2 teli + 3 félig + 2 üres = (7t + 3,5m) kg
További megoldás nincs, mert a félig töltött tartályokból mindegyik kocsin kell lennie legalább egynek. Továbbá a félig töltött tartályok száma csak páratlan számú lehet minden kocsin. (A kocsik sorrendjétől eltekintünk.)

6.



A körök sugarai legyenek rendre: r, 2r, 3r, 4r és 5r. Így a legnagyobb kör területe:
$t_o = 25r^{2p}$
A körgyűrű területe pedig:
$t_{gy} = 16r^{2p} - 9r^{2p} = 7r^{2p}$

A keresett arány:

$$h = \frac{t_{ez}}{t_o}100\% = \frac{7r^2\pi}{25r^2\pi}100\% = 28\%$$

7. A háromszög magasságai 1, 2 és 3 egység. Számoljuk ki a háromszög területét mindhárom oldal és a hozzá tartozó magasság felhasználásával: tD = 1a/2=2b/2=3c/2.
Így a háromszög oldalai rendre: 3x, 1,5x és x hosszúságúak.
Ilyen háromszög pedig nem létezik, mert nem teljesíti a háromszög-egyenlőtlenséget: 3x nem kisebb, mint 1,5x + x = 2,5x.

8. x, y Î **Z** Ha x = 0, akkor y Î [-999; 999] . Ez 1999 számpár.
Ha x = -1 vagy x = 1, akkor y Î [-998; 998] . Ez 2* 1997 számpár.
Ha x = -2 vagy x = 2, akkor y Î [-997; 997] . Ez 2* 1995 számpár.
Ezt folytatva ç x1 = 999-ig.
:
.
Ha x = -998 vagy x = 998, akkor y Î [-1; 1] . Ez 2* 3 számpár.
Ha x = -999 vagy x = 999, akkor y = 0. Ez 2* 1 számpár.
Adjuk össze:
2 * (1 + 3 + 5 + 1 **+** 1997) + 1999.
(1 + 3 + 5 + 1 **+** 1997) = 1 + (3 + 1997) + (5 + 1995) + 1 + (999 + 1001) =
= 499 * 2000 + 1 = 998001
A megoldások száma: 2 * 998001 + 1999 = 1998001.